DM Révisions de vacances.

La semaine de la rentrée, un contrôle est prévu sur les espaces vectoriels et applications linéaires.

Proposition de programme de travail/révisions pendant les vacances d'été :

- de manière générale, **reprendre les cours et terminer les fiches de révision** qui vous serviront tout au long de l'année (si vous avez pris du retard).

- analyse (étude de fonctions, suites, calcul intégral) et calculs : reprendre les sujets de DS et essayer de les refaire. Disposant du corrigé, vous pourrez contrôler la justesse de vos calculs. Revoir les théorèmes difficiles vus cette année (accroissements finis ...) et les méthodes les plus souvent vues en exercices.

- calcul matriciel et systèmes linéaires : reprendre de même les exercices déjà corrigés. S'entraîner en particulier à la résolution de systèmes à paramètres.
- probabilités, variables discrètes : reprendre le cours, les exercices. Vous devez être "incollables" sur les lois usuelles.

- variables à densité : revoir le cours, et en particulier les lois usuelles.

- espaces vectoriels : reprendre le cours, ainsi que les exercices. Etudier les parties "transition ECE 1 vers ECE 2" du polycopié. En guise de DM, traiter les exercices suivants, en veillant à **les rédiger correctement**. Le premier DS de la 2è année portera sur ce chapitre.

Exercice 1 *Montrer que les ensembles suivants sont des sous-espaces vectoriels de $\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$. Idéalement, on le prouvera de deux manières différentes.*

$$E = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R}) | x + 2y - 3z = 0 \right\}$$

$$F = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R}) | x_1 = x_2 = 4x_3 \right\}$$

Exercice 2 *On considère les matrices :* $A = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$.

1. *La matrice* $J = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ *est-elle combinaison linéaire de* A *et* B *?*
2. *La matrice* $K = \begin{pmatrix} 4 \\ -7 \\ 6 \end{pmatrix}$ *appartient-elle à* $Vect(A, B)$ *?*
3. *Montrer que* (A, B, C) *est une base de* $\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$.
4. *Donner les coordonnées de la matrice* $L = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ *dans cette base.*

Exercice 3 *On considère l'application* f *définie de* $\mathcal{M}_{2,1}(\mathbb{R})$ *dans* $\mathcal{M}_{2,1}(\mathbb{R})$ *par :*

$$\forall \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{2,1}(\mathbb{R}), f\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 4x - 6y \\ 2x - 3y \end{pmatrix}$$

1. *Montrer que* f *est une application linéaire de* $\mathcal{M}_{2,1}(\mathbb{R})$ *dans* $\mathcal{M}_{2,1}(\mathbb{R})$.
2. *Déterminer* $Ker(f)$.
3. *Déterminer* $Im(f)$.
4. *Déterminer la matrice de* f *dans la base canonique.*
5. *(*) Soit* $t \in \mathbb{R}$. *Déterminer* $Ker\big(f - t.id_{\mathcal{M}_{2,1}(\mathbb{R})}\big)$. *On discutera suivant les valeurs de* t.

Exercice 4 *Soit* f *l'application linéaire* $\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R}) \to \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$ *dont la matrice dans les bases canoniques est :*

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

1. *Calculer* $f\left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}\right)$. *On rappelle que* $f\left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}\right) = A.\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.
2. *Déterminer* $\mathrm{Ker}(f)$.
3. *(**) Soit* $t \in \mathbb{R}$. *Déterminer* $\mathrm{Ker}\left(f - t.id_{\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})}\right)$. *On discutera suivant les valeurs de* t, -1 *constituant un cas particulier.*